

**CONTROL DE VOLTAJE EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA  
USANDO TRANSFORMADORES CON TAPS**



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA  
SEDE QUITO**

**CARRERA:  
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de  
INGENIERO ELÉCTRICO**

**TEMA:  
CONTROL DE VOLTAJE EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA  
USANDO TRANSFORMADORES CON TAPS**

**AUTOR:  
ADRIANA ELIZABETH OLEAS GRANIZO**

**DIRECTOR:  
CARLOS ANDRÉS BARRERA SINGAÑA**

**Quito, Junio 2019**

Adriana Elizabeth Oleas Granizo

**CONTROL DE VOLTAJE EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA  
USANDO TRANSFORMADORES CON TAPS**

Universidad Politécnica Salesiana, Quito – Ecuador 2019

Ingeniería Eléctrica

Breve reseña histórica e información de contacto.



**Adriana Elizabeth Oleas Granizo** (Y'1994). Realizó sus estudios de nivel secundario en el Colegio Nacional “Hipatia Cárdenas de Bustamante” de la ciudad de Quito. Egresada de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana. Su trabajo se basa en el estudio de control de voltaje en sistemas eléctricos de potencia. [aoleas@est.ups.edu.ec](mailto:aoleas@est.ups.edu.ec)

*Dirigido por:*



**Carlos Andrés Barrera Singaña** (Y'1989). Realizó sus estudios superiores en la Escuela Politécnica Nacional de Quito, donde se graduó de Ingeniero Eléctrico en Octubre de 2013. Además, cursó estudios de posgrado en la Universidad de Zaragoza, España, donde obtuvo el título en Máster en Energías Renovables y Eficiencia Energética con Especialidad en Sistemas Eléctricos. Actualmente es profesor ocasional a tiempo completo de la Universidad Politécnica Salesiana. [cbarrera@ups.edu.ec](mailto:cbarrera@ups.edu.ec)

Todos los derechos reservados:

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

**DERECHOS RESERVADOS**

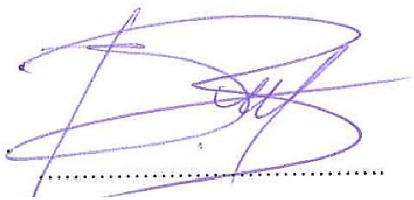
©2019 Universidad Politécnica Salesiana

QUITO - ECUADOR

## **DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR**

Yo, Carlos Andrés Barrera Singaña declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el trabajo de titulación “*CONTROL DE VOLTAJE EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA USANDO TRANSFORMADORES CON TAPS*” realizado por Adriana Elizabeth Oleas Granizo, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito D.M., Junio de 2019



Carlos Andrés Barrera Singaña

C.C.: 0503503336

## **CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR**

Yo, Adriana Elizabeth Oleas Granizo, con documento de identificación N° 1723008338, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autora del trabajo de grado/titulación intitulado: “*CONTROL DE VOLTAJE EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA USANDO TRANSFORMADORES CON TAPS*”, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, D.M., Junio de 2019



Adriana Elizabeth Oleas Granizo

C.C.: 1723008338

## 1. ÍNDICE GENERAL

1	Introducción .....	2
2	Marco teórico .....	3
2.1	Control de voltaje en Sistemas Eléctricos de Potencia .....	3
2.1.1	Generadores sincrónicos (AVR) .....	4
2.1.2	Compensadores estáticos (STATCOM).....	5
2.1.3	Compensación reactiva en paralelo .....	5
2.1.4	Transformadores con taps .....	6
2.2	Modelo del transformador con taps para flujos de potencia .....	7
2.3	Modelos de elementos del sistema de potencia para flujos de potencia .....	7
2.3.1	Generadores sincrónicos .....	8
2.3.2	Líneas de transmisión.....	8
2.3.3	Compensación de potencia reactiva .....	10
2.3.4	Cargas .....	10
3	Método Newton-Raphson para flujos de potencia .....	11
3.1	Taps de transformadores como variable de control de voltaje.....	11
3.2	Modelación matemática .....	12
4	Implementación del modelo matemático .....	13
5	Análisis de resultados.....	15
5.1	Caso de estudio.....	15
5.2	Resultados .....	15
6	Conclusiones .....	17
6.1	Trabajos futuros.....	18
7	Referencias .....	18
7.1	Matriz de Estado del Arte.....	21
7.2	Resumen de Indicadores.....	23
8	Anexos.....	25

## 2. ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Tipos de estabilidad en los sistemas eléctricos de potencia. ....	2
Figura 2. Diagrama de bloques del sistema de control AVR [20]. ....	5
Figura 3. Circuito equivalente del STATCOM [23]. ....	5
Figura 4. Circuito equivalente de un compensador reactivo en paralelo. ....	6
Figura 5. Diagrama de bloques del funcionamiento del transformador con taps [29]. ....	6
Figura 6. Transformador con taps en el devanado primario y secundario [29]. ....	6
Figura 7. Regulación de voltaje por transformador con taps [28]. ....	6
Figura 8. Modelo del transformador con taps para flujos de potencia [29] ....	7
Figura 9. Modelo $\pi$ del transformador para flujos de potencia. ....	7
Figura 10. Modelo del generador sincrónico para flujos de potencia. ....	8
Figura 11. Diagrama equivalente a líneas cortas [1]. ....	9
Figura 12. Modelo T nominal para líneas medias [1]. ....	9
Figura 13. Modelo $\pi$ nominal para líneas medias [1]. ....	9
Figura 14. Modelo para líneas largas [1]. ....	9
Figura 15. Modelo de compensación de potencia reactiva a) capacitiva b) inductiva. ....	10
Figura 16. Matriz Jacobiano para flujos de potencia. ....	12
Figura 17. Matriz Jacobiano para ajuste de taps de transformadores. ....	13
Figura 18. Diagrama del sistema IEEE de 14 barras. ....	14
Figura 19. Perfil de voltaje ejerciendo control de voltaje en la barra 6 vs. Perfil de voltaje en condiciones iniciales. ....	16
Figura 20. Perfil de voltaje ejerciendo control de voltaje en la barra 6 y 7 vs. Perfil de voltaje en condiciones iniciales. ....	16
Figura 21. Perfil de voltaje ejerciendo control de voltaje en la barra 6, 7 y 9 vs. Perfil de voltaje en condiciones iniciales. ....	17
Figura 22. Resumen e indicador de la temática - Estado del arte ....	23
Figura 23. Indicador de formulación del problema - Estado del arte. ....	24
Figura 24. Indicador de solución - Estado del arte ....	24



### 3. ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Tipos de barras en flujos de carga.....	8
Tabla 2. Elementos del sistema de potencia que entregan o consumen reactivos .....	11
Tabla 3. Voltaje (magnitud y ángulo) del Sistema IEEE de 14 barras en condiciones iniciales. ....	15
Tabla 4. Magnitud de voltaje y valor de los taps en el nodo de envío 5. ....	16
Tabla 5. Magnitud de voltaje y valor de los taps en el nodo de envío 5 y 4. ....	16
Tabla 6. Magnitud de voltaje y valor de los taps en el nodo de envío de los transformadores 5-6, 4-7 y 4-9.....	17
Tabla 7. Matriz de estado del arte .....	21
Tabla 8. Datos del Sistema IEEE de 14 barras.....	25
Tabla 9. Datos de líneas del sistema IEEE de 14 barras .....	25

# CONTROL DE VOLTAJE EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA USANDO TRANSFORMADORES CON TAPS

## Resumen

Para la operación normal de un sistema eléctrico de potencia se analiza y controla diferentes variables eléctricas, siendo una de las más relevantes el nivel de voltaje en los nodos del sistema, en tal sentido un inadecuado monitoreo y control del voltaje pueden llevar al sistema eléctrico de potencia a un colapso, lo que ha ocasionado apagones masivos en diferentes países a nivel mundial.

Por lo expuesto, el presente trabajo se enfoca en realizar el control de voltaje mediante el uso de los taps de los transformadores de potencia. Para el efecto se ha elaborado el modelo matemático del método de Newton-Raphson modificado, que permite considerar el efecto de los taps en los transformadores y su implicación en el control del voltaje en las barras del sistema, el cual es simulado en Matlab. A fin de validar la modelación propuesta, ésta es aplicada al sistema IEEE de 14 barras sujeto a distintas condiciones operativas, permitiendo de esta manera establecer los aspectos concluyentes en relación al aporte de la conservación de niveles de voltaje aceptables resultado de la representación de los taps de los transformadores de potencia.

**Palabras Clave:** Perfil de voltaje, Flujos de Potencia, Método de Newton Raphson, Transformadores con Taps, Sistema Eléctrico de Potencia.

## Abstract

For a normal operation of an electric power system it is required to analyze and control different electrical variables being one of the most relevant the voltage in the nodes of the power system, in this sense an inadequate monitoring and voltage control of the power system could lead to a collapse of the power system something that has already happen in various countries and at a wide-world level.

Therefore, this paper focuses on performing of voltage control by using the taps of the power transformers. For this purpose, a mathematical model of the modified Newton-Raphson method has been developed, which allows considering the effect of the taps on the transformers and their involvement in the control of the voltage in the bars of the system, which is simulated in Matlab. In order to validate the proposed modeling, it is applied to the IEEE system of 14 buses subject to different operating conditions, thus allowing to establish the conclusive aspects in relation to the contribution of the conservation of acceptable voltage levels resulting from the representation of the taps of power transformers.

**Keywords:** Voltage Profile, Power Flows, Newton Raphson's Method, Transformers with Taps, Power System.

# 1 Introducción

Las estructuras de suministro eléctrico constituyen una parte fundamental para el desarrollo en general de la sociedad, en este sentido para abastecer a la demanda, se requieren de estaciones de generación, de redes de interconexión para el sistema y redes de distribución hacia los usuarios. Para contar con toda esta estructura son indispensables estudios de planificación y operación bajo ciertos criterios de confiabilidad [1][2]. La calidad y seguridad en un sistema de potencia son características que se evalúan de acuerdo al nivel y balance de voltajes y corrientes, al factor de potencia de carga, a la duración y frecuencia de las interrupciones, lo cual permite determinar la capacidad de que un sistema pueda mantenerse estable, bajo este contexto, en la actualidad estas regularidades suelen alcanzarse a través sistemas de control que puedan garantizar el suministro de manera segura, eficaz y confiable [3][4].

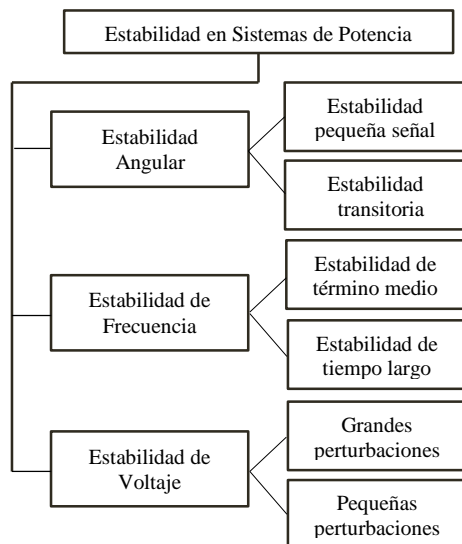


Figura 1. Tipos de estabilidad en los sistemas eléctricos de potencia.

Los sistemas de potencia presentan comportamientos dinámicos debido a

que son susceptibles a diferentes tipos de perturbaciones ocasionadas por la falla de algún componente del sistema, o una causa externa, que pueden desembocar en la pérdida de estabilidad del sistema, sea esta de tipo angular, de voltaje o de frecuencia, como se muestra en la Figura 1 [5]. Por lo citado, se destaca que una de las causas más críticas ocasionada por la pérdida de estabilidad es el colapso de voltaje, que se origina a partir de la transferencia de potencia por las redes de transmisión, es decir desde los centros de generación a los puntos de carga, donde este complejo procedimiento está sujeto a ciertas limitaciones por políticas desreguladoras, altos costos de construcción, restricciones ambientales y causas técnicas; que además de las caídas de voltaje existentes por la extensión de las líneas de transmisión, se suma significativamente el aumento de la demanda de reactivos, sobrecarga de los elementos del sistema de transmisión, acción en los taps de los transformadores, salida de líneas y generadores, limitación en la generación y transmisión de potencia reactiva. La ocurrencia de estas amenazas de manera progresiva afectan las condiciones normales de operación por la variación pronunciada del perfil de voltaje del sistema, induciendo a la pérdida de la integridad del servicio eléctrico al usuario final, hasta originar el cuadro más crítico de estudio que es la suspensión del suministro de energía [6][7][8].

Debido a la importancia de la estabilidad de voltaje, se han realizado trabajos de investigación dirigidos a la identificación de técnicas de control que permitan al sistema mantener el perfil de voltaje necesario cuando se requiera un cambio en el flujo de potencia. Estos medios de control se basan en medidas que evalúan de forma continua el

rendimiento del sistema, adaptan su respuesta a las condiciones de constante cambio y determinan la acción más adecuada variando las condiciones de operación del sistema eléctrico para minimizar o eliminar la vulnerabilidad ante probables contingencias [2][9].

Para el control de voltaje, el sistema de potencia dispone de reguladores automáticos en los equipos primarios (generadores), llamados continuos de circuito cerrado, los cuales tienen como finalidad enfrentar cambios repentinos y fortuitos causados por oscilaciones o fallas; asimismo, existen adicionalmente otros controladores llamados discretos, que son dispositivos que influyen considerablemente en la topología del sistema tales como: relés de protección, controladores de taps de carga de los transformadores, interruptores de bancos de capacitores e inductores, etc., [10][11].

El presente artículo se enfoca en el efecto del comportamiento del voltaje en las barras de un sistema eléctrico de potencia cuando se incluye la posición del tap de transformadores como variable de control. El inicio de este trabajo se basa en la investigación sobre modelos matemáticos de transformadores con taps y consecuentemente a la modificación de las magnitudes eléctricas en el método Newton-Raphson de solución de flujos de potencia en estado estacionario. Con la modificación del mencionado método iterativo se logra que un transformador aporte en la conservación de niveles de voltaje aceptables en el sistema eléctrico de potencia.

El proyecto se desarrollará íntegramente en Matlab, obteniéndose como producto un código que pueda resolver flujos de potencia con la particularidad de que los transformadores puedan ser modelados a través de un modelo clásico o mediante un modelo

modificado en el cual se incluya la característica de incorporar los cambiadores de taps, los cuales a su vez aportan en el control del voltaje y en la redistribución de la potencia reactiva en la red de transmisión.

El trabajo de investigación es aplicado en el sistema eléctrico de prueba IEEE de 14 barras, sometido a distintas condiciones operativas para evaluar la efectividad y establecer los aspectos concluyentes que correspondan.

La distribución del presente artículo es de la siguiente manera: Sección 1: introducción y antecedentes a los sistemas de control de voltaje. Sección 2: marco teórico relacionado al control de voltaje y modelado del transformador con taps y elementos del sistema eléctrico para flujos de potencia. Sección 3: modelado y modificación del método de Newton Raphson. Sección 4: implementación del modelo matemático. Sección V: análisis de resultados en el sistema de prueba propuesto. Sección 6: conclusiones y trabajos futuros. Sección 7: referencias y Sección 8: anexos.

## **2 Marco teórico**

### **2.1 Control de voltaje en Sistemas Eléctricos de Potencia**

El incremento continuo de la demanda de energía eléctrica, las salidas repentinas de elementos de transmisión y generación e incidentes o acciones ajenas al adecuado comportamiento sistema desembocan en caídas no controladas del voltaje, frente a estas anomalías del sistema existe un particular interés por disponer de técnicas de control que coordinen acciones rápidas y apropiadas para minimizar la inestabilidad del perfil de voltaje y extinguir la posibilidad de colapso del sistema [12].

El control de voltaje es una labor operativa que tiene como meta conservar

los niveles de voltaje dentro de un intervalo permitido referente al nominal, y proporcionar un adecuado flujo de potencia por el sistema de transmisión, de tal forma que la red tenga la capacidad de satisfacer la demanda de potencia reactiva y pueda realizar un elevado transporte de potencia activa [13][14].

Los niveles de voltaje son controlados mediante la acción de dispositivos como:

- La conmutación de capacitores e inductores,
- Movimientos de los cambiadores de taps de los transformadores,
- Ajuste del campo de excitación de generadores,
- Conexión y desconexión de líneas de transmisión,
- Cortes de carga (esquema de alivio de carga) [15].

Estas operaciones de control deben analizarse en términos de si produce el efecto esperado, es decir conformando esquemas de protección del sistema en el control automático de voltaje, de carácter preventivo o de emergencia, de lo contrario en ocasiones estos procedimientos pueden resultar inversos y agravar el perfil de voltaje ya inestable [16].

Por lo tanto, la implementación de controles discretos tales como relés, transformadores con taps, dispositivos de compensación, etc.; controladores automáticos (FACTS); y, de ciclo cerrado (generadores sincrónicos), mejoran significativamente el nivel de voltaje en condiciones normales como de emergencia, lo que conlleva a un mejor uso de los recursos reactivos, una economía de inversión y seguridad en el sistema de suministro. Sin embargo, a pesar de los estudios y avances tecnológicos en sistemas de control de voltaje, su implementación a gran escala

es limitada en base a las políticas planificación y expansión de cada sistema eléctrico [10][17].

### **2.1.1 Generadores sincrónicos (AVR)**

Dentro de los pasos para alcanzar el control del perfil de voltaje, el principal lo realiza el AVR (regulador automático de voltaje), el cual se encuentra instalado en los generadores sincrónicos de las centrales de generación. Es uno de los métodos más eficientes para mejorar el comportamiento dinámico de voltaje debido a perturbaciones dentro del sistema de potencia [18].

El control de voltaje por AVR se lo considera como local, debido a que después de ocurrida una perturbación suministra la potencia reactiva requerida a las barras más cercanas a la barra de generación (PV), mientras que los voltajes en las barras que no disponen de generación pueden volverse inestables y alterar la estabilidad del sistema, este evento se puede solucionar modificando los puntos de ajuste de voltaje del AVR [19].

El AVR regula el voltaje de salida a través del control sobre el devanado de campo de excitación del generador en función de rangos de frecuencia y carga. Este medio de control es universal, censa el nivel de voltaje terminal del AVR, lo compara con valor de voltaje de referencia o nominal fijados por un controlador u operador, ante cualquier variación lo cataloga como error y el sistema procede a la regulación hasta que el error se anule y el nivel de voltaje vuelva a su referencia; es decir, es un lazo de control con retroalimentación en las unidades de generación, de manera simplificada representado en un diagrama de bloques consta principalmente de un controlador, un amplificador, un excitador, un generador

y el sensor [17][20], como se muestra en la Figura 2.

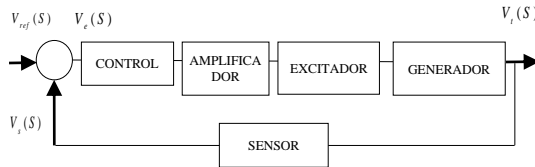


Figura 2. Diagrama de bloques del sistema de control AVR [20].

Este medio de regulación de voltaje se caracteriza por su rápida respuesta, pero una de sus limitaciones son las restricciones térmicas en las corrientes de campo y armadura de los generadores [21].

### 2.1.2 Compensadores estáticos (STATCOM)

El compensador estático (STATCOM), es un dispositivo flexible de transmisión en corriente alterna (FACT) que se ha desarrollado para reducir las pérdidas en las líneas de transmisión, proporcionar estabilidad en el sistema de potencia e incrementar la capacidad de transferencia de potencia [22].

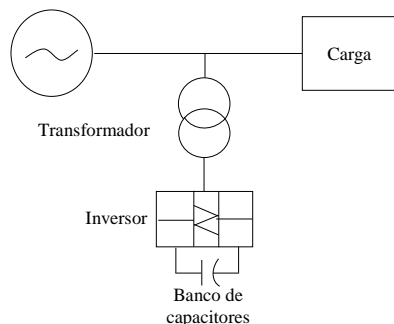


Figura 3. Circuito equivalente del STATCOM [23].

Como se muestra en la Figura 3, el STATCOM es un dispositivo electrónico de potencia conectado en derivación (paralelo), que dispone de inversores que utilizan tiristores para reducir la distorsión armónica del voltaje de salida, están conectados a capacitores que

transportan el voltaje, alcanzando una regulación automática de voltaje en amplitud y ángulo de fase.

Se ubica un solo STATCOM por área débil, es decir en las barras de alta sensibilidad de voltaje causada por la inyección de potencia reactiva, de esta manera se proporciona una efectiva regulación de voltaje al sistema. Además estos sistemas se usan junto a bancos de capacitores en derivación, su interacción brinda un perfil de voltaje adecuado y mantiene la efectividad del banco de capacitores, debido a que la energía reactiva inyectada por los capacitores se reducirá si se presenta una caída de voltaje perjudicando al sistema de potencia [23][24].

### 2.1.3 Compensación reactiva en paralelo

Ante la creciente demanda de potencia reactiva y las limitaciones de las unidades de generación para abastecer la misma, los estudios de planificación del sistema eléctrico están dirigidos a mejorar el perfil de voltaje del sistema mediante la gestión adecuada de los recursos de energía reactiva considerando la ubicación y cantidad de compensadores en paralelo conectados a barras sensibles para controlar el voltaje en estado estable [25][26], como se presenta en la Figura 4.

Los compensadores reactivos operan a máxima eficiencia, controlan sus recursos basándose en mediciones en barras piloto, pueden ser bancos de inductores para compensar los efectos de capacitancia de las líneas y aumento de los niveles de voltaje o banco de capacitores para compensar reactivos de las cargas y controlar el nivel de voltaje, este medio es conocido como nivel de control secundario [27].

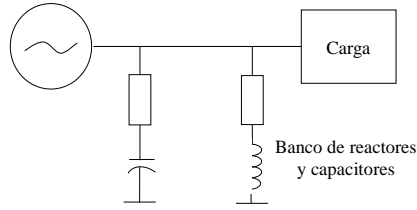


Figura 4. Circuito equivalente de un compensador reactivo en paralelo.

#### 2.1.4 Transformadores con taps

El control de voltaje también se lleva a cabo mediante transformadores con cambiadores de taps. Este medio permite manejar un margen adicional de potencia de carga en el caso que exceda a la capacidad del sistema, frente a este evento tiende a mantener el perfil de voltaje dentro del límite tolerable de voltaje en función de una señal de control, mantiene una constante de tiempo más larga que el AVR, pero su tiempo de respuesta es lento (en el orden de 1 min) [28].

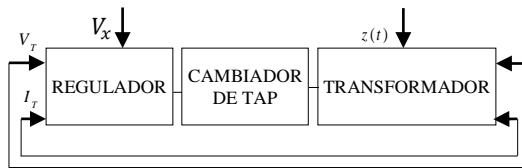


Figura 5. Diagrama de bloques del funcionamiento del transformador con taps [29].

Los transformadores con taps generalmente disponen de taps en uno o más devanados, así paso a paso de manera manual o automática es variada la relación de transformación, modificando los niveles de voltaje. La Figura 5 muestra el principio de funcionamiento del transformador con cambio de taps. El regulador mide la variación entre el voltaje en un devanado del transformador y un valor referencial, en base a este error se da una señal de control para incrementar o reducir la razón de cambio de los taps del transformador y regular el voltaje. La

Figura 6 muestra el diagrama de un transformador ideal con taps en ambos devanados [29].

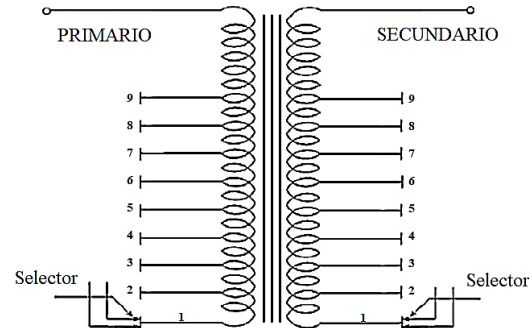


Figura 6. Transformador con taps en el devanado primario y secundario [29].

Para comprobar las expresiones anteriores según el trabajo de investigación [28], la Figura 7 muestra los perfiles de voltaje a medida que se varía la carga, el regulador ajusta la posición del tap del transformador de tal forma que el voltaje en el alimentador en el punto de regulación se mantenga constante.

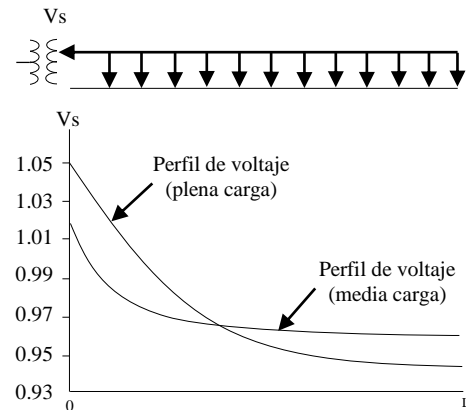


Figura 7. Regulación de voltaje por transformador con taps [28].

Cuando se opera un transformador con tap se muestra que, frente al cambio de taps existe un estado crítico debido a que se genera un margen entre la voltaje nominal de operación y el voltaje originado por alguna inestabilidad, pudiendo ocasionar un efecto inverso,

incrementando las caídas de voltaje de línea y sumar a las causas de un posible colapso de voltaje, por lo que es importante considerar la diferencia en la variación de voltaje entre el lado primario y secundario [13][30].

## 2.2 Modelo del transformador con taps para flujos de potencia

El transformador con cambiador de taps es un elemento muy utilizado para el control de voltaje en los sistemas de potencia, por lo que se lo modela para estudios de flujos de potencia tomando en consideración una conexión del transformador entre dos nodos  $i$  y  $j$ , donde el voltaje y corriente a cada lado son considerados como primarios y secundarios [29]. Idealmente el cambio de tap se modela para ambos devanados del transformador como se muestra en la Figura 8.

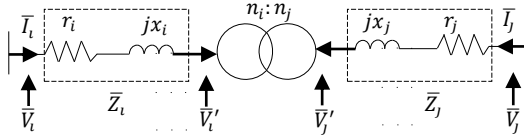


Figura 8. Modelo del transformador con taps para flujos de potencia [29]

Partiendo de la relación de transformación en voltajes (1) y corrientes (2) en cada lado del transformador:

$$\frac{V_i - I_i Z_i}{n_i} = \frac{V_j - I_j Z_j}{n_j} \quad (1)$$

$$\frac{I_i}{n_j} = \frac{I_j}{n_i} \quad (2)$$

Al realizar la adecuada sustitución y separando términos independientes, despreciando la resistencia de los devanados en la impedancia se obtiene la admitancia del transformador (3) y las

corrientes en cada nodo de conexión  $I_i$  (4) e  $I_j$  (5).

$$y = \frac{1}{n_i^2 X_j + n_j^2 X_i} \quad (3)$$

$$I_i = n_i n_j (V_i - V_j) y + n_j (n_j - n_i) V_i y \quad (4)$$

$$I_j = n_i n_j (V_j - V_i) y + n_i (n_i - n_j) V_j y \quad (5)$$

Donde:

- $V_i, V_j$  Voltajes en cada barra en [p.u].
- $I_i, I_j$  Corriente por la línea en el nodo  $i$  y  $j$  en [p.u].
- $n_i, n_j$  Valor el tap a cada lado del transformador en [p.u].
- $X_i, X_j$  Reactancias del transformador en [p.u].
- $y$  Admitancia del transformador en [p.u].

A través de este desarrollo matemático se demuestra que el modelo transformador con taps puede ser representado por medio de un equivalente  $\pi$  como se muestra en la Figura 9, tal como sucede en líneas transmisión de longitud media.

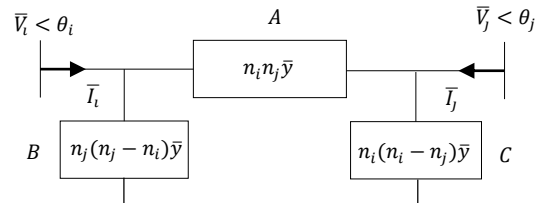


Figura 9. Modelo  $\pi$  del transformador para flujos de potencia.

## 2.3 Modelos de elementos del sistema de potencia para flujos de potencia

El sistema eléctrico de potencia está conformado por una gran cantidad de elementos e información técnica, por lo que se han desarrollado modelos sencillos, para facilitar su análisis, que simbolizan a cada componente, partiendo



de un conjunto de nodos conectados por impedancias y reactancias que representan líneas y transformadores, pero también a cada nodo se conectan generadores y cargas que inyectan y consumen potencia, en particular a estas se las designa barras de conexión [1], clasificándose como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Tipos de barras en flujos de potencia.

Barra Tipo	Descripción
PV	Barra de generación: voltaje $ V_i $ y potencia activa $P_i$ especificados, las incógnitas son la potencia reactiva $Q_i$ del generador y ángulo $\theta_i$ del voltaje en la barra.
PQ	Barra de carga: sin generación, potencia activa $P_i$ y reactiva $Q_i$ especificadas, se debe calcular voltaje y ángulo de la barra $ V_i $ , $\theta_i$ .
Slack	Barra oscilante: suministra la potencia a todo el sistema o es el generador más grande, se conoce el voltaje $ V_i $ y ángulo de fase $\theta_i$ y la incógnita es la potencia compleja total ( $P_i$ y $Q_i$ ).

Los elementos del sistema eléctrico para flujos de potencia se describen a continuación.

### 2.3.1 Generadores sincrónicos

Los generadores sincrónicos son los elementos más importantes del sistema eléctrico, convierten la energía mecánica en eléctrica y entregan el suministro de potencia al sistema. En la operación, se considera la capacidad de generación y absorción de potencia reactiva de los generadores, dada por la sobre-excitación del generador por límites térmicos del estator y rotor, y la sub-excitación que se relaciona con la estabilidad del generador, casos indispensables para estudios de estabilidad y control de voltaje [31].

Para estudios de flujo de potencia el generador se lo representa como se muestra en la Figura 10, es la fuente de potencia activa (inyección constante al sistema) y reactiva (regulación de

voltaje) para cada nodo y carga enlazado a la barra de generación. Además se considera de voltaje y frecuencia constantes independientemente del intercambio de potencia, de la barra de conexión y excitación de la máquina [15].

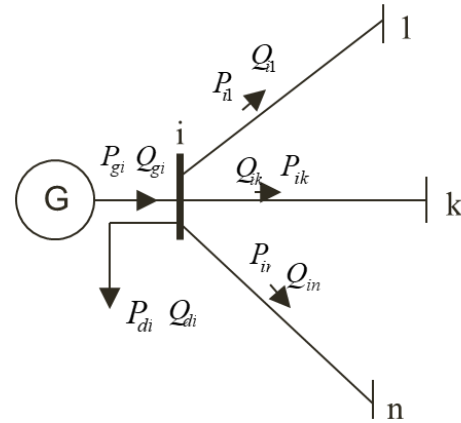


Figura 10. Modelo del generador sincrónico para flujos de potencia.

### 2.3.2 Líneas de transmisión

Las líneas de transmisión son el medio de transferencia de energía eléctrica, uno de los principales elementos del sistema, pero también representan una problemática debido a los cambios constantes que ocurren en la red por el incremento de la demanda de energía, este efecto ocasiona variación en el flujo de potencia por las líneas, lo que conlleva a sobrepasar su cargabilidad y además provocar variaciones de voltaje fuera de los límites de voltaje establecidos en las distintas barras de conexión [1][17].

Las líneas de transmisión en un diagrama unifilar se las modelan en base a una fase, son un circuito de constantes distribuidas (resistencia, conductancias, inductancias y capacitancias) a lo largo de su longitud y se las considera como la conexión entre dos barras donde existe una barra emisora con voltajes y corrientes relacionados con voltajes y corrientes de la barra receptora [15]. A

partir de ese concepto para el cálculo de flujos de potencia, voltajes y corrientes se clasifican las líneas por su longitud:

- *Líneas cortas*: son de 80 km o de menor longitud, la admitancia en derivación es despreciable y se considera únicamente la impedancia en serie, que multiplicada por la longitud se obtiene la impedancia total (6), el modelo de la línea corta es representado en la Figura 11.

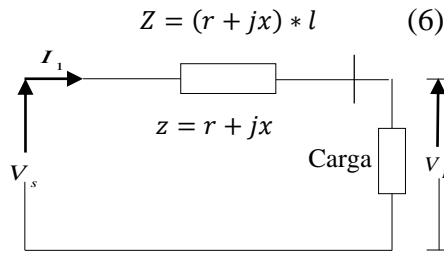


Figura 11. Diagrama equivalente a líneas cortas [1].

- *Líneas medias*: corresponden a las líneas de 80 a 240 km de longitud, se presentan dos modelos para el análisis, el primero donde la admitancia en derivación está concentrada en la mitad de la línea y la impedancia serie se divide en partes iguales llamándose modelo T nominal como en la Figura 12 y el modelo  $\pi$  nominal en la Figura 13, donde se considera la impedancia serie total y admitancia en derivación está distribuida en los extremos de la línea en partes iguales [1].

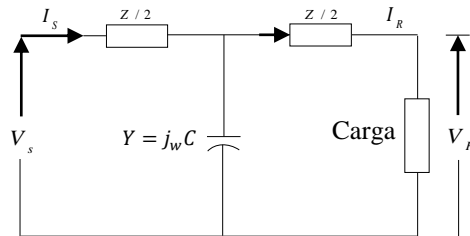


Figura 12. Modelo T nominal para líneas medias [1].

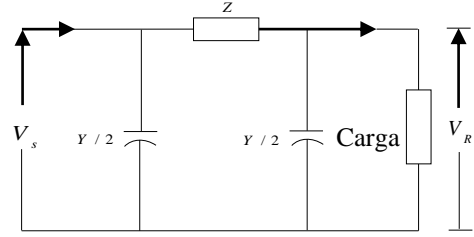


Figura 13. Modelo  $\pi$  nominal para líneas medias [1].

- *Líneas largas*: comprenden a las líneas de 240 km o de mayor longitud, en este modelo la impedancia y admitancia en derivación son consideradas uniformemente distribuidas a lo largo de la línea, así como se muestra en la Figura 14, se representa una sección de línea de longitud dx [1][15].

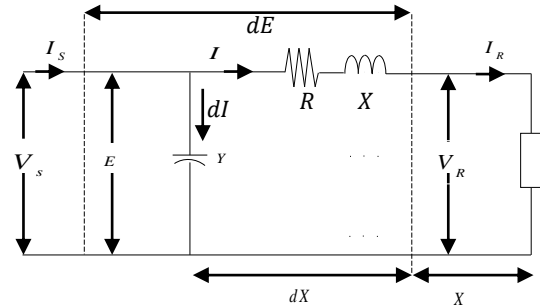


Figura 14. Modelo para líneas largas [1].

Para expresar los voltajes y corrientes en las líneas de transmisión de larga longitud, se hace uso de funciones hiperbólicas (7) y (8):

$$V_s = V_R \cosh \gamma l + I_R Z_c \sinh \gamma l \quad (7)$$

$$I_s = I_R \cosh \gamma l + V_R \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l \quad (8)$$

Donde:

$V_R$  Voltajes de envío en [p.u].

$V_s$  Voltajes de recepción en [p.u].

$I_R$  Flujo de corriente por el lado emisor en [p.u].

$I_s$	Flujo de corriente por el lado receptor en [p.u].
$R$	Resistencia de la línea de transmisión en [p.u].
$X$	Reactancia de la línea de transmisión en [p.u].
$Y$	Admitancia en derivación en la línea en [p.u].
$dX$	Sección de la línea.
$X$	Distancia.
$E$	Voltaje en la sección de la línea $V_R + dE$ en [p.u].

### 2.3.3 Compensación de potencia reactiva

Dentro de la clasificación de los elementos de compensación se encuentran aquellos almacenan energía en forma de campo magnético siendo estos los que consumen potencia reactiva (inductores) y los almacenan en forma de campo eléctrico que corresponden a los elementos generadores de energía reactiva (capacitores), que dentro de flujos de potencia se tiene que la potencia reactiva fluirá de los elementos generadores a los elementos consumidores [31].

Los elementos principales de compensación reactiva son: capacitores que proporcionan potencia reactiva al sistema e incrementan el nivel de voltaje en las barras requeridas cuando se conectan en paralelo, mientras que su conexión en serie disminuye la reactancia de la línea de transmisión e incrementa la capacidad de transmisión de potencia. Los inductores son elementos de compensación que se encargan de absorber reactivos y disminuyen voltajes en las barras de conexión requeridas, son de similar característica a un banco de capacitores [24][31]. Para flujos de potencia se los modela como se presenta en la Figura 15, donde la admitancia del compensador se

expresa en función de su potencia y voltaje (9).

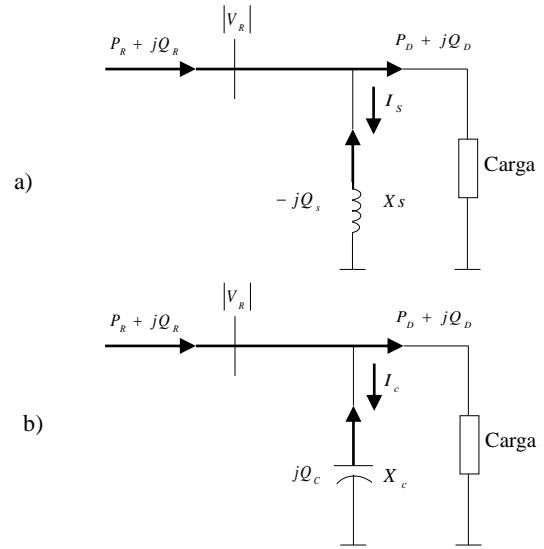


Figura 15. Modelo de compensación de potencia reactiva a) capacitiva b) inductiva.

Donde:

$V_R$	Voltajes de envío.
$P_R, Q_R$	Potencia activa y reactiva que entrega sistema.
$P_D, Q_D$	Potencia de carga activa y reactiva.
$I_c, I_s$	Flujo de corriente por el capacitor e inductor.
$X_c, X_s$	Reactancia del capacitor e inductor.
$Q_c, Q_s$	Reactiva del capacitor e inductor.

$$y_{c,s} = \pm \frac{Q_{c,s}}{|V|^2} \quad (9)$$

Los elementos del sistema de potencia que influyen en la generación y consumo de potencia reactiva según [31], se presentan en la Tabla 2.

### 2.3.4 Cargas

La representación de las cargas es un parámetro complejo de estudio debido a que están sujetas a un cambio continuo por el consumo industrial y doméstico creciente y variable.

Generalmente los modelos de carga son de dos categorías: dinámicas y estáticas, ambas dependientes del voltaje y la frecuencia. Las cargas dinámicas son modeladas para estudios de estabilidad transitoria, mientras que para el estudio de flujos de potencia se considera a las cargas estáticas. Estas presentan las mismas características en cualquier instante de tiempo, y son de naturaleza compuesta tanto en potencia activa MW y reactiva Mvar. [15]. En este trabajo se consideran modelos de carga de potencia constante (independientes del voltaje).

Tabla 2. Elementos del sistema de potencia que entregan o consumen reactivos [31].

Componente	Inyecta reactivos	Absorbe reactivos
Generador	Si	Si
Compensador sincrónico	Si	Si
SVC	Si	Si
Banco de capacitores	Si	No
Banco de reactores	No	Si
Apertura de líneas	-	-
Cierre de Líneas	-	-
Transformador con cambiador de taps	Modifica el flujo de potencia reactiva	

### 3 Método Newton-Raphson para flujos de potencia

Para realizar el estudio de control de voltaje en los sistemas eléctricos de potencia, principalmente se requiere de la simulación de flujos de potencia con el algoritmo tradicional de Newton-Raphson para obtener los valores de potencias (activa y reactiva) y voltajes (magnitud y ángulo) [32]. Al método iterativo se incorpora como nueva variable los taps de transformadores con el objetivo de ejercer control sobre el voltaje en una de sus barras de conexión [33][34].

Para el presente trabajo, la solución del flujo de potencia a través del método de Newton-Raphson, considera en su formulación la modificación del sistema

de ecuaciones de potencia, al igual que en el desarrollo de los términos de la matriz Jacobiano considerando la incorporación del tap de los transformadores. En este sentido, el método de solución determina los elementos de la matriz Jacobiano modificada, sus derivadas y a través del proceso iterativo se obtiene las variables eléctricas asociadas al flujo de potencia.

#### 3.1 Taps de transformadores como variable de control de voltaje

De acuerdo a lo indicado en el numeral anterior, el presente trabajo modifica la formulación del método iterativo de Newton Raphson para incorporar como nuevas variables para el control de voltaje a los valores de los taps de los transformadores; dichos valores influyen en la barra donde que pretende ejercer el control y dependen del flujo de potencia.

El análisis del efecto de la variable del tap sobre las magnitudes de los voltajes terminales  $V_i$  o  $V_j$  del transformador como se muestra en la Figura 9, parte considerando un valor inicial igual a 1 en este caso las admitancias en paralelo del modelo  $\pi$  del transformador son nulas y únicamente se considera la admitancia serie y los valores de voltaje dependen del flujo de potencia; cuando se ajusta el tap a un valor menor que 1, en base a la Figura 9, significa que  $B$  es de tipo capacitivo y  $C$  de tipo inductivo lo que implica una tendencia de aumento de  $V_i$  y reducción de  $V_j$ ; al contrario si se altera el tap a un valor mayor a 1, en base a la misma Figura 9, significa que  $B$  es inductivo y  $C$  de tipo capacitivo manifestándose una tendencia disminución de  $V_i$  y aumento de  $V_j$ , todos estos efectos dependen de la barra terminal sobre la que se realiza el control [33].

### 3.2 Modelación matemática

Para la solución de flujos de potencia se debe satisfacer las ecuaciones no lineales de potencia, donde la potencia activa y reactiva especificada se deducen de la aplicación de las leyes de Kirchhoff en todas las barras del sistema eléctrico, donde resultan las ecuaciones de potencias nodales (10) y (11) que representan  $2n$  ecuaciones de  $n$  barras [34].

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i||V_j| (G_{ij} \cos(\theta_{ij}) + B_{ij} \sin(\theta_{ij})) \quad (10)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n |V_i||V_j| (G_{ij} \sin(\theta_{ij}) - B_{ij} \cos(\theta_{ij})) \quad (11)$$

Con el propósito de modelar la variable del tap del transformador e introducirlo en el Método de Newton-Raphson descrito, se parte de la relación de corrientes y voltajes (4) y (5) en función del valor del tap y la admitancia del transformador, que se deducen del modelo  $\pi$  del transformador de la Figura 9, resultando la matriz de admitancias:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_j^2 y_{ii} & -n_i n_j y_{ij} \\ -n_i n_j y_{ji} & n_i^2 y_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} \quad (12)$$

Consecuentemente, se obtiene las ecuaciones de flujo de potencia en las barras correspondientes a los extremos del transformador, donde  $n_i$  y  $n_j$  representan los valores de los taps.

$$P_i = n_j^2 |V_i|^2 G_{ii} + n_i n_j |V_i||V_j| (G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) \quad (13)$$

$$Q_i = -n_j^2 |V_i|^2 B_{ii} + n_i n_j |V_i||V_j| (G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)) \quad (14)$$

$$P_j = n_i^2 |V_j|^2 G_{jj} + n_i n_j |V_i||V_j| (G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) \quad (15)$$

$$Q_j = -n_i^2 |V_j|^2 B_{jj} + n_i n_j |V_i||V_j| (G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)) \quad (16)$$

Para linealizar el sistema de ecuaciones se lo expresa de la forma matricial dado por (17); donde  $k$  corresponde a cada iteración,  $\Delta S$  es el vector de errores de potencias,  $J$  es la matriz Jacobiano, donde se desarrollan las derivadas de las funciones de potencia con respecto a las variables eléctricas de estado desconocidas como se muestra en la Figura 16 [1][33]:

$$\Delta S^k \simeq [-J^k] [\Delta X]^k \quad (17)$$

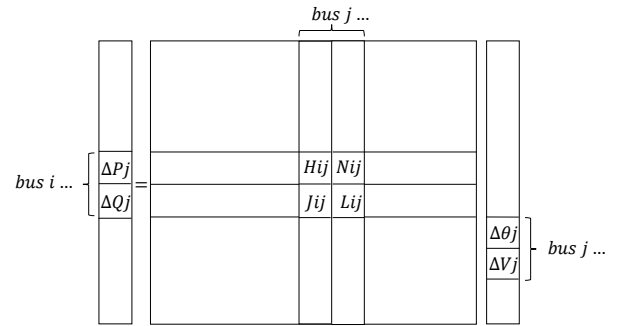


Figura 16. Matriz Jacobiano para flujos de potencia.

Donde:

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{dP_i}{d\theta_j} \\ N_{ij} &= |V_j| \frac{dP_i}{dV_j} \\ L_{ij} &= \frac{dQ_i}{d\theta_j} \\ M_{ij} &= |V_j| \frac{dQ_i}{dV_j} \end{aligned} \quad (18)$$

Sin perjuicio de lo citado y con el objeto de representar el efecto de los taps de transformadores como variable de control  $n_i$  que regula la magnitud del voltaje  $V_j$  de la barra  $j$ , como ejemplo, dicha barra pasa a ser clasificada como un nuevo tipo de barra PQV, donde sus variables especificadas son  $P_j$ ,  $Q_j$  y  $V_j$  es variable dependiente de la relación de transformación, así respectivamente de acuerdo al lado donde se encuentra el tap. Esquemáticamente la matriz Jacobiano es representada de la siguiente forma general:

$$\begin{array}{c}
NPQ \\
+ \\
NPV \\
+ \\
NPQV \\
+ \\
NPQ \\
+ \\
NPQV
\end{array}
\left[ \begin{array}{c} \Delta P_j \\ \Delta Q_j \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} & \frac{\partial P}{\partial n} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} & \frac{\partial Q}{\partial n} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \Delta \theta_j \\ \Delta V_j \\ \Delta n_j \end{array} \right]
\begin{array}{c}
NPQ \\
+ \\
NPV \\
+ \\
NPQV \\
+ \\
NPQ \\
+ \\
NT = NPQV
\end{array}$$

Figura 17. Matriz Jacobiano para ajuste de taps de transformadores.

Para controlar la magnitud del voltaje en la barra emisora  $i$  o en el lado receptor  $j$ , se considera que el tap varía en el lado primario o secundario y la linealización de las ecuaciones de flujo de potencia son las siguientes:

- Si el cambiador de taps del transformador está controlando el voltaje del nodo emisor  $i$  hacia  $j$ , la matriz es:

$$\begin{pmatrix} \Delta P_i \\ \Delta P_j \\ \Delta Q_i \\ \Delta Q_j \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} & \frac{\partial P_i}{\partial n_i} & \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \\ \frac{\partial P_j}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_j}{\partial \theta_j} & \frac{\partial P_j}{\partial n_i} & \frac{\partial P_j}{\partial V_i} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} & \frac{\partial Q_i}{\partial n_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \\ \frac{\partial Q_j}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_j}{\partial \theta_j} & \frac{\partial Q_j}{\partial n_i} & \frac{\partial Q_j}{\partial V_i} \end{pmatrix}^k \begin{pmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta \theta_j \\ \Delta n_i \\ \Delta V_i \end{pmatrix}^k \quad (19)$$

- Si el cambiador de taps del transformador está controlando el voltaje del nodo receptor  $j$  hacia  $i$ , la matriz es:

$$\begin{pmatrix} \Delta P_i \\ \Delta P_j \\ \Delta Q_i \\ \Delta Q_j \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} & \frac{\partial P_i}{\partial n_j} & \frac{\partial P_i}{\partial V_j} \\ \frac{\partial P_j}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_j}{\partial \theta_j} & \frac{\partial P_j}{\partial n_j} & \frac{\partial P_j}{\partial V_j} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} & \frac{\partial Q_i}{\partial n_j} & \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} \\ \frac{\partial Q_j}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_j}{\partial \theta_j} & \frac{\partial Q_j}{\partial n_j} & \frac{\partial Q_j}{\partial V_j} \end{pmatrix}^k \begin{pmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta \theta_j \\ \Delta n_j \\ \Delta V_j \end{pmatrix}^k \quad (20)$$

Si se desarrolla la matriz Jacobiano según la formulación matemática descrita en (17), los elementos que conforman la matriz basados en el estudio de prueba donde los taps se encuentran en ambos devanados del transformador para el control de voltaje:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -Q_i - n_j^2 V_i^2 B_{ii} \quad (21)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = Q_i + n_j^2 V_i^2 B_{ii} \quad (22)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial n_i} n_i = P_i - n_j^2 V_i^2 G_{ii} \quad (23)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial n_j} n_j = P_i + n_j^2 V_i^2 G_{ii} \quad (24)$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial \theta_j} = Q_j + n_i^2 V_j^2 B_{jj} \quad (25)$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial \theta_i} = -Q_j - n_i^2 V_j^2 B_{jj} \quad (26)$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial n_i} n_i = P_j + n_i^2 V_j^2 G_{jj} \quad (27)$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial n_j} n_j = P_j - n_i^2 V_j^2 G_{jj} \quad (28)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = P_i - n_j^2 V_i^2 G_{ii} \quad (29)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = -P_i + n_j^2 V_i^2 G_{ii} \quad (30)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial n_i} n_i = Q_i + n_j^2 V_i^2 B_{ii} \quad (31)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial n_j} n_j = Q_i - n_j^2 V_i^2 B_{ii} \quad (32)$$

$$\frac{\partial Q_j}{\partial \theta_i} = -P_j + n_i^2 V_j^2 G_{jj} \quad (33)$$

$$\frac{\partial Q_j}{\partial \theta_j} = P_j - n_i^2 V_j^2 G_{jj} \quad (34)$$

$$\frac{\partial Q_j}{\partial n_i} n_i = Q_j - n_i^2 V_j^2 B_{jj} \quad (35)$$

$$\frac{\partial Q_j}{\partial n_j} n_j = Q_j + n_i^2 V_j^2 B_{jj} \quad (36)$$

Para cada iteración, el valor del controlador de tap  $n_i$  o  $n_j$  se actualiza de acuerdo a la barra de conexión regulando la magnitud del voltaje.

$$[n_i]^k = [n_i]^{k-1} + \left[ \frac{\Delta n_i}{n_i} \right]^k [n_i]^{k-1} \quad (37)$$

$$[n_j]^k = [n_j]^{k-1} + \left[ \frac{\Delta n_j}{n_j} \right]^k [n_j]^{k-1} \quad (38)$$

A través de este modelo se simula el mecanismo de control sobre el voltaje en una de las barras de conexión del transformador con taps en el sistema eléctrico de potencia.

## 4 Implementación del modelo matemático

La modelación matemática propuesta en este artículo de investigación es resuelta

en el software MATLAB. El modelo matemático es general de tal forma que puede ser aplicado a uno o más transformadores dentro de un sistema eléctrico de potencia y ejercer el control sobre el voltaje en una de sus barras de conexión, debido a que está diseñado para ambos lados (primario y secundario) de los devanados del transformador.

Para verificar el control de voltaje por medio de los taps en los devanados del transformador aplicando la metodología descrita, se emplea el modelo en el sistema de prueba IEEE de 14 barras de la Figura 18.

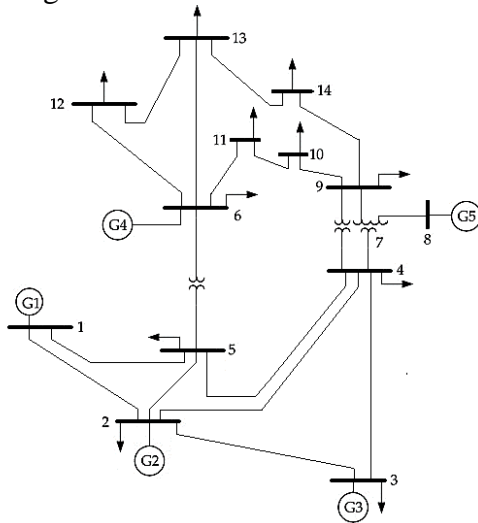


Figura 18. Diagrama del sistema IEEE de 14 barras.

A continuación, se describe el algoritmo implementado para realizar el control de voltaje por medio de los taps del transformador.

---

#### Algoritmo LTC\_NR\_CV

---

**Paso 1:**

Ingreso de Datos del sistema 14 barras - IEEE.

**Paso 2:**

Cálculo de la matriz Y de barra ( $Y_{bus}$ )

**Paso 3:**

Resolución de flujo de potencia mediante Newton Raphson.

**Paso 4: INICIALIZACIÓN**

Cálculo de potencias especificadas.

$$\begin{bmatrix} P_{esp} \\ Q_{esp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{gen} \\ Q_{gen} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{carga} \\ Q_{carga} \end{bmatrix}$$

**Paso 5:**

Determina transformadores habilitados para control automático de TAPS.

Si Barra\_PVT=1

**Paso 6:**

$\begin{bmatrix} P_{cal} \\ Q_{cal} \end{bmatrix}$ : Cálculo de potencias calculadas

**Paso 7:**

Determina el tipo de barras del sistema.

Slack= 1

PV = 2

PQ = 3

PQV = 4

**Paso 8:**

Calcula errores:

ErrorP =  $P_{esp} - P_{cal} \approx \Delta P$

ErrorQ =  $Q_{esp} - Q_{cal} \approx \Delta Q$

**Paso 9:**

Error =  $[\Delta P, \Delta Q]$ : Crea vector de errores.

**Paso 10: PROCESO ITERATIVO**

Inicia lazo iterativo (Error>Tol).

Tol: 1E-6

**Paso 11:**

Determina cantidad de barras:

$$\begin{bmatrix} PV \\ PQ \\ PQV \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} numpv = numpv + 1 \\ numpq = numpq + 1 \\ numpqv = numpqv + 1 \end{bmatrix}$$

**Paso 12:**

Inicializa matriz Jacobiano:

$$J = \begin{bmatrix} H & N & PA \\ M & L & QA \end{bmatrix}$$

**Paso 13:**

Calcula valores para matriz Jacobiano

**Paso 14:**

Realiza la corrección de las variables de estado:

$$Correc = inv(J) * Error.$$

**Paso 15: CORRECCIÓN**

Actualiza valores de ángulos, voltajes y TAPS

$$[V_i] = [V_i] + Correc [V_i]$$

$$[\theta_i] = [\theta_i] + Correc [\theta_i]$$

$$[n_i] = [n_i] + Correc [n]$$

**Paso 16:**

Nuevamente calcula potencias, crea vector de errores y calcula el error dentro del lazo, repite los Pasos del 6 al 9.

**Paso 18: FIN DEL LAZO PRINCIPAL**

Realizado el cálculo y actualizados los valores regresa al Paso 10 hasta cumplir la condición del lazo.

**Paso 20:**

Se procede a generar la gráfica de perfil de voltaje y tabulaciones.

Terminar

---

## 5 Análisis de resultados

Como resultado de la aplicación del modelo matemático propuesto en el sistema eléctrico de prueba, se determina el valor del tap de los transformadores habilitados que permiten alcanzar el voltaje objetivo en las barras que se ejerce control. En el caso de estudio los transformadores habilitados son los conectados entre las barras 4-7, 4-9 y 5-6, según se muestra en el diagrama unifilar del sistema de prueba.

### 5.1 Caso de estudio

Considerando como sistema de prueba la Figura 18, en primera instancia se determina el flujo de potencia bajo condiciones iniciales con los datos normales para este sistema de potencia.

Se analizan tres casos, como se describen a continuación, en función de los transformadores habilitados para realizar el ajuste de sus taps y se considera la ubicación de estos en el devanado primario del transformador, y al tap se lo considera como una variable continua.

- Caso 1: ajuste del valor del tap del transformador ubicado entre los nodos 5 – 6, ejerciendo control en el voltaje de la barra 6.
- Caso 2: se controla el voltaje de las barras 6 y 7, considerando la variación del tap de los transformadores ubicados entre los nodos 4 – 7 y 5 – 6.
- Caso 3: se considera a los transformadores con taps ubicados entre los nodos 5 – 6, 4 – 7 y 4 – 9, controlando el voltaje en las barras 6, 7 y 9.

En las gráficas expuestas a continuación para la presentación de los resultados del perfil de voltaje, se muestra el flujo de potencia base con el método de Newton-Raphson denominado

en las gráficas como -NR Base- que usa los datos iniciales del sistema IEEE de prueba donde no existe control de voltaje en alguna de sus barras; y, se compara con la aplicación del control de voltaje en alguna de sus barras usando transformadores con taps designado en las gráficas como -CV Barra- para cada caso.

### 5.2 Resultados

El propósito del presente trabajo al modelar al transformador con cambiador de taps es ajustar el valor del tap para conseguir una magnitud de voltaje en un valor deseado en la barra de conexión del transformador.

Los resultados de flujos de potencia por el método de Newton-Raphson en condiciones iniciales para este sistema de potencia se muestran en la Tabla 3, considerando que ningún transformador está habilitado para realizar la actividad de control y el valor del tap se mantiene en su posición inicial de uno.

Tabla 3. Voltaje (magnitud y ángulo) del Sistema IEEE de 14 barras en condiciones iniciales.

Barra N°	Voltaje [p.u.]	Ángulo [rad]	Control	TAP [p.u.]
1	1.06	0	No	-
2	1.045	-0.0694	No	-
3	1.01	-0.1942	No	-
4	1.0116	-0.1397	No	-
5	1.0198	-0.1148	No	-
6	1	-0.1552	No	1
7	0.9869	-0.1762	No	1
8	1	-0.1762	No	-
9	0.9662	-0.1963	No	1
10	0.9637	-0.1947	No	-
11	0.9774	-0.1774	No	-
12	0.9882	-0.1690	No	-
13	0.9808	-0.1209	No	-
14	0.9520	-0.1837	No	-

Para llevar a cabo el estudio deseado, en los nodos que se pretende realizar el control de voltaje se introduce los datos habilitantes para el control en los transformadores PVT, y se identifica el



nuevo tipo de barra PQV, ejecutándose la solución del flujo de potencia.

- a) Al regular la magnitud del voltaje en la barra 6, el valor de los taps del transformador correspondiente y las magnitudes de voltaje se indican a continuación:

Tabla 4. Magnitud de voltaje y valor de los taps en el nodo de envío 5.

Barra N°	Voltaje [p.u.]	Control	TAP [p.u.]
1	1.06	No	-
2	1.045	No	-
3	1.01	No	-
4	1.001	No	-
5	1.0025	No	-
6	1	Si	1.0992
7	0.9821	No	1
8	1	No	-
9	0.9616	No	1
10	0.9598	No	-
11	0.9753	No	-
12	0.9881	No	-
13	0.9805	No	-
14	0.9491	No	-

En base a los resultados de la Tabla 4, se deduce que el nodo 6 fija el valor de voltaje deseado Figura 19, se muestra un incremento del 0.0992 con respecto al valor inicial de uno en el valor de los taps correspondiente al transformador entre los nodos 5 y 6 y se establece el cambio del tipo de barra de envío 5 a PQV.

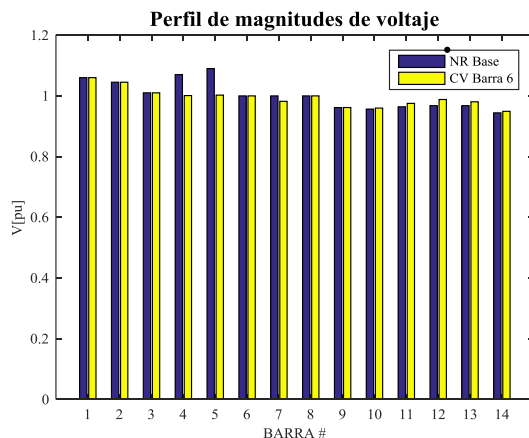


Figura 19. Perfil de voltaje ejerciendo control de voltaje en la barra 6 vs. Perfil de voltaje en condiciones iniciales.

- b) De la misma manera se realiza el control en las barras 6 y 7, los valores de los taps y las magnitudes de voltaje son:

Tabla 5. Magnitud de voltaje y valor de los taps en el nodo de envío 5 y 4.

Barra N°	Voltaje [p.u.]	Control	TAP [p.u.]
1	1.06	No	-
2	1.045	No	-
3	1.01	No	-
4	0.9944	No	-
5	0.9990	No	-
6	1	Si	1.0875
7	1	Si	1.0588
8	1	No	-
9	0.9726	No	1
10	0.9689	No	-
11	0.9800	No	-
12	0.9881	No	-
13	0.9822	No	-
14	0.9562	No	-

Se puede concluir que los nodos 6 y 7 cumplen el valor de voltaje de control como se observa en la Figura 20, por el método iterativo se implantan los valores de los taps en las barras del lado de envío 5 y 4 del transformador y, por lo tanto, dichos nodos se convierten en barras de tipo PQV.

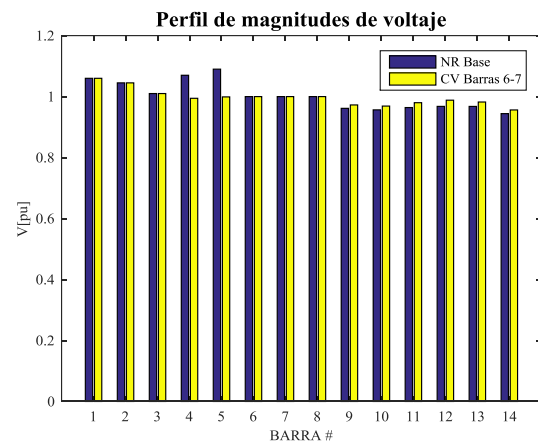


Figura 20. Perfil de voltaje ejerciendo control de voltaje en la barra 6 y 7 vs. Perfil de voltaje en condiciones iniciales.

- c) La acción de control sobre los nodos 6, 7 y 9 como se presenta en la Figura 21, el valor de las taps correspondientes y voltajes se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6. Magnitud de voltaje y valor de los taps en el nodo de envío de los transformadores 5-6, 4-7 y 4-9.

Barra N°	Voltaje [p.u.]	Control	TAP [p.u.]
1	1.06	No	-
2	1.045	No	-
3	1.01	No	-
4	0.9899	No	-
5	0.9988	No	-
6	1	Si	1.0679
7	1	Si	1.0115
8	1	No	-
9	1	Si	1.2144
10	0.9916	No	-
11	0.9917	No	-
12	0.9882	No	-
13	0.9859	No	-
14	0.9736	No	-

De la Tabla 6, se concluye que en el nodo 6, 7 y 9, alcanza el valor de magnitud de voltaje deseado, se fijan los valores de los taps las barras de envío 4 y 5 se convierten en PQV.

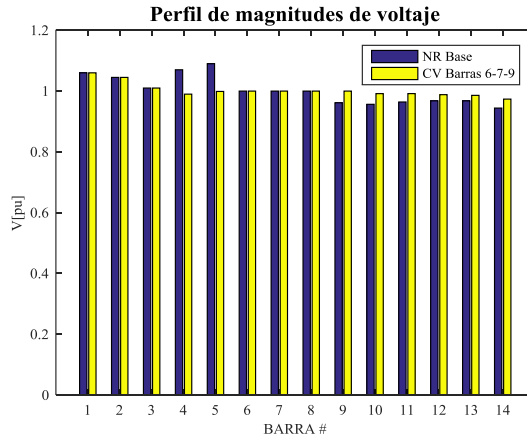


Figura 21. Perfil de voltaje ejerciendo control de voltaje en la barra 6, 7 y 9 vs. Perfil de voltaje en condiciones iniciales

## 6 Conclusiones

Para garantizar la calidad y seguridad del sistema eléctrico, se debe mantener el nivel de voltaje dentro de límites admisibles en todas las barras del sistema

para que el funcionamiento de la red sea confiable. Uno de los medios tradicionalmente usados para este objetivo, por ser rentables, son los transformadores con taps, que controlan el nivel de voltaje ajustando las posiciones de los taps en los devanados en función de una señal de control con el fin de mantener un rango normal de operación, usualmente una franja de  $\pm 5\%$ .

La modelación matemática propuesta en el presente trabajo ha permitido modelar el efecto de los tap de los transformadores, permitiendo así que a través de la resolución de un flujo de potencia se obtenga el valor de los taps, que permitan alcanzar el voltaje objetivo en las barras que se ejerce control; logrando así de esta manera generar un mecanismo económico para mantener los índices de calidad en los sistemas eléctricos de potencia.

Como se denota, la resolución del modelo matemático permite establecer el control de voltaje en las barras de conexión del transformador habilitado, aspecto que permite implícitamente modificar y redireccionar el flujo de potencia reactiva, lo cual permite minimizar las pérdidas del sistema, logrando de esta manera liberar la capacidad de los vínculos de transmisión y mejorar la transferencia de potencia activa para el abastecimiento adecuado de la demanda.

El caso de estudio resuelto permite además instituir una formulación de las ecuaciones que aportan en los estudios de flujo de potencia y estabilidad de voltaje para determinar las mejores acciones a nivel operativo para mantener la seguridad y confiabilidad del sistema eléctrico.

## 6.1 Trabajos futuros

Los resultados alcanzados en el presente trabajo puede ser el comienzo para llevar a cabo investigaciones relacionadas a las siguientes temáticas:

- Determinación de los valores de los tap de los transformadores considerando los distintos estados de contingencias en sistemas eléctricos de potencia.
- Ubicación óptima de los transformadores con control de voltaje usando tap para mantener un continuo abastecimiento de la carga.
- Modelación de los transformadores con tap de ángulo para la redistribución de potencia activa.
- Modelación del límite en los taps de los transformadores para ejercer control de voltaje y lograr que este se encuentre dentro de un rango permisible.
- Estudio de control de voltaje usando transformadores con taps donde la denominación de la variable del tap sea de tipo discreta.

## 7 Referencias

- [1] D. P. Kothari and I. J. Nagrath, *Modern Power System Analysis*, Third. 2008.
- [2] A. Gómez Expósito, A. J. Conejo, and C. Cañizares, *Electric energy systems: analysis and operation*. 2009.
- [3] “Regulación No. CONELEC - 009/06 Página 1 de 7,” pp. 1–7.
- [4] J. J. Benavides Eraso and D. F. Maya Paredes, “Análisis del método de continuación para el estudio de estabilidad de tensión,” p. 112, 2008.
- [5] I. Adebayo, A. A. Jimoh, and A. Yusuff, “Voltage stability assessment and identification of important nodes in power transmission network through network response structural characteristics,” *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 11, no. 6, pp. 1398–1408, 2017.
- [6] S. Ratra, R. Tiwari, and K. R. Niazi, “Voltage stability assessment in power systems using line voltage stability index,” *Comput. Electr. Eng.*, vol. 70, pp. 199–211, 2018.
- [7] R. B. Prada, L. J. De Souza, and J. Lafitte Vega, “The need for voltage stability analysis in voltage-controlled buses,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 68, pp. 252–258, 2015.
- [8] Antonio Ortiz, “Análisis de Estabilidad de Voltaje en Estado Estable del Sistema de Subtransmisión de la Empresa Eléctrica Quito,” *Statew. Agric. L. Use Baseline 2015*, vol. 1, no. Xc, 2015.
- [9] H. Chen, T. Jiang, H. Yuan, H. Jia, L. Bai, and F. Li, “Wide-area measurement-based voltage stability sensitivity and its application in voltage control,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 88, pp. 87–98, 2017.
- [10] H. Zhao, Z. Mi, and H. Ren, “Modeling and analysis of power system events,” *Power Eng. Soc. Gen. Meet. 2006. IEEE*, pp. 6–6 pp., 2006.
- [11] R. Yokoyama, T. Niimura, and Y. Nakanishi, “A coordinated control of voltage and reactive power by heuristic modeling and approximate reasoning,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 8, no. 2, pp. 636–645, 1993.
- [12] D. Hau and A. Lee, “Voltage

- Stability Assessment Using Equivalent Nodal Analysis,” vol. 31, no. 1, pp. 1–10, 2015.
- [13] B. M. Weedy and B. R. Cox, “Voltage stability of radial power links,” *Electr. Eng. Proc. Inst.*, vol. 115, no. 4, pp. 528–536, 1968.
- [14] O. Suzuki, T. Minakawa, R. Yokoyama, and H. Tanaka, “Advanced intelligent voltage control systems coordinating main and local power systems,” *2005 IEEE Russ. Power Tech, PowerTech*, pp. 1–6, 2005.
- [15] P. Kundur, *[Prabha Kundur] Power System Stability And Control.pdf*. Toronto: McGraw-Hill, 1993.
- [16] A. Tiranuchit and R. J. Thomas, “A posturing strategy against voltage instabilities in electric power systems,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 3, no. 1, pp. 87–93, 1988.
- [17] M. Urban, P. Neogrady, V. Kello, and A. J. Sadlej, “An improved voltage control on largescale power system,” *Potentials*, vol. 11, no. 3, pp. 557–565, 1996.
- [18] S. Kilyeni, C. Barbulescu, A. Kilyeni, and M. Biriescu, “Optimizing Intensive Automatic Voltage Regulator Parameters,” pp. 289–294, 2009.
- [19] T. Van Cutsem, “Voltage instability: Phenomena, countermeasures, and analysis methods,” *Proc. IEEE*, vol. 88, no. 2, pp. 208–227, 2000.
- [20] S. Chatterjee and V. Mukherjee, “Comparative performance analysis of classical controllers for automatic voltage regulator,” *2017 7th Int. Conf. Power Syst. ICPS 2017*, pp. 296–301, 2018.
- [21] H. Kong, “Voltage collapse in electric power system,” *Electr. Eng.*, no. November, pp. 69–75, 1991.
- [22] S. Arabi and P. Kundur, “A versatile facts device model for powerflow and stability simulations,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 11, no. 4, pp. 1944–1950, 1996.
- [23] P. Rao, M. L. Crow, and Z. Yang, “STATCOM control for power system voltage control applications,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 15, no. 4, pp. 1311–1317, 2000.
- [24] L. Gyugyi and W. E. Corporation, “Dynamic Compensation of Ac Transmission Lines,” *Power*, vol. 9, no. 2, pp. 904–911, 1994.
- [25] M. Constantin, M. Eremia, and L. Toma, “Comparative analysis between conventional voltage control using reactors and continuous voltage control using TCR in the Romanian transmission grid,” *2013 IEEE Grenoble Conf. PowerTech, POWERTECH 2013*, 2013.
- [26] S. S. Damodhar and S. Krishna, “Generation rescheduling and shunt compensation planning for voltage stability improvement,” *2012 IEEE 5th Power India Conf. PICONF 2012*, 2012.
- [27] S. I. Al-Majed, “Secondary voltage control: enhancing power system voltage profile,” *PECon 2008 - 2008 IEEE 2nd Int. Power Energy Conf.*, no. PECon 08, pp. 1218–1221, 2008.
- [28] Y. Baghzouz, “Impact of distributed generation on voltage regulation by LTC transformer,” *2004 11th Int. Conf. Harmon. Qual. Power (IEEE Cat. No.04EX951)*, pp. 770–773, 2004.
- [29] U. Datta and M. S. Rahman,

- “Mathematical modelling of a transformer with taps at both winding in the positive-sequence power flow mathematical,” no. December, 2017.
- [30] K. S. Jeong, Y. S. Baek, J. S. Yoon, B. H. Chang, H. C. Lee, and G. J. Lee, “EMTP simulation of a STATCOM-shunts-OLTC coordination for local voltage control,” *Transm. Distrib. Conf. Expo. Asia Pacific, T D Asia 2009*, pp. 1–4, 2009.
  - [31] C. de regulación de E. y gas Creg, “Gestión del Flujo de Potencia Reactiva,” P. 191, 2005.
  - [32] C. G. Játiva J., Constante G., “Flujo de Potencia por Newton-Raphson con el Jacobiano Calculado en las Ecuaciones de Errores de Potencia,” *Rev. Politécnica*, vol. 33, no. 3, p. 7, 2014.
  - [33] J. A. Monticelli, “Fluxo de carga em redes de energia eléctrica.” Sao Paulo, 1983.
  - [34] H. Le Nguyen, “Newton-Raphson method in complex form,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 3, pp. 1355–1359, 1997.

## 7.1 Matriz de Estado del Arte

Tabla 7. Matriz de estado del arte

CONTROL DE VOLTAJE EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA USANDO TRANSFORMADORES CON TAPS																							
DATOS		TEMÁTICA						FORMULACION DEL PROBLEMA					RESTRICCIONES DEL PROBLEMA		ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN		SOLUCIÓN PROPUESTA						
ITEM	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	CITAS	Control de Voltaje	Transformador con taps	Flujos de Potencia	Método de Newton Raphson	Taps de transformadores como variable de control	Calidad y seguridad del sistema eléctrico de potencia.	Perfil de voltaje de acuerdo a los limites admisibles	Transferencia de potencia activa adecuado para la demanda	Pérdidas de potencia	Acciones operativas para la confiabilidad del sistema eléctrico	Magnitud de voltaje de ajuste para el control	Límite de flujo de potencia por líneas de transmisión	Transformadores habilitados para el control de voltaje	Métodos Iterativos	Newton Raphson modificado	Flujos de potencia	Modelo para control de voltaje usando transformadores con taps	Taps de transformadores como nueva variable de control	Calculo de flujos de potencia por el método de Newton-Raphson modificado	Análisis de la magnitud del perfil de voltaje
1	2017	Voltage stability assessment and identification of important nodes in power transmission network through network response structural characteristics.	8	✗							✗			✗	✗								
2	2015	Voltage stability assessment in power systems using line voltage stability index.	7	✗						✗		✗	✗	✗	✗								✗
3	2018	The need for voltage stability analysis in voltage-controlled buses.	5	✗		✗			✗				✗	✗						✗	✗		✗
4	2017	Wide-area measurement-based voltage stability sensitivity and its application in voltage control.	9	✗	✗		✗			✗		✗	✗	✗			✗		✗	✗	✗		
5	1995	Modeling and analysis of power system events.	10								✗	✗					✗						
6	2004	A coordinated control of voltage and reactive power by heuristic modeling and approximate reasoning.	88	✗		✗			✗	✗		✗	✗	✗						✗	✗		✗
7	2017	Voltage Stability Assessment Using Equivalent Nodal Analysis	32			✗	✗					✗								✗		✗	
8	2018	Voltage stability of radial power links.	112	✗	✗				✗	✗				✗									✗
9	2010	Advanced intelligent voltage control systems coordinating main and local power systems.	3	✗	✗				✗				✗	✗									
10	2014	A posturing strategy against voltage instabilities in electric power systems.	362							✗		✗				✗				✗			
11	2015	An improved voltage control on largescale power system.	264	✗					✗	✗	✗			✗							✗		

12	2012	Optimizing Intensive Automatic Voltage Regulator Parameters.	1	✗		✗				✗			✗	✗										
13	2012	Voltage instability: Phenomena, countermeasures, and analysis methods.	379	✗	✗	✗	✗	✗		✗		✗	✗		✗	✗				✗				
14	2017	Comparative performance analysis of classical controllers for automatic voltage regulator	1	✗	✗	✗		✗					✗	✗						✗	✗			✗
15	2015	Voltage collapse in electric power system.	0				✗		✗	✗	✗	✗	✗		✗									✗
16	2015	A versatile facts device model for power flow and stability simulations.	71			✗	✗												✗					
17	2015	STATCOM control for power system voltage control applications.	482	✗	✗	✗								✗					✗	✗				
18	2015	Dynamic Compensation of Ac Transmission Lines.	646						✗								✗		✗		✗			
19	2016	Comparative analysis between conventional voltage control using reactors and continuous voltage control using TCR in the Romanian transmission grid.	5	✗										✗										
20	2014	Generation rescheduling and shunt compensation planning for voltage stability improvement.	0		✗								✗	✗						✗				
21	2014	Secondary voltage control: enhancing power system voltage profile.	10	✗	✗	✗		✗	✗	✗			✗	✗	✗		✗	✗	✗	✗				✗
22	2010	Impact of distributed generation on voltage regulation by LTC transformer.	20		✗	✗		✗	✗	✗			✗	✗	✗	✗			✗	✗	✗	✗		
23	2016	Mathematical modelling of a transformer with taps at both winding in the positive-sequence power flow mathematical.	0	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗		✗			✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	
24	2017	EMTP simulation of a STATCOM-shunts-OLTC coordination for local voltage control.	7	✗	✗			✗	✗				✗	✗		✗	✗			✗	✗	✗		
25	2017	Fluxo de carga em redes de energia eléctrica.	577	✗	✗	✗	✗	✗						✗			✗	✗	✗	✗				
26	1979	Newton-Raphson method in complex form.	96			✗	✗			✗					✗		✗	✗	✗				✗	
CANTIDAD:				17	12	13	8	7	11	13	5	8	14	17	6	5	8	4	13	12	7	4	7	

7.2 Resumen de Indicadores

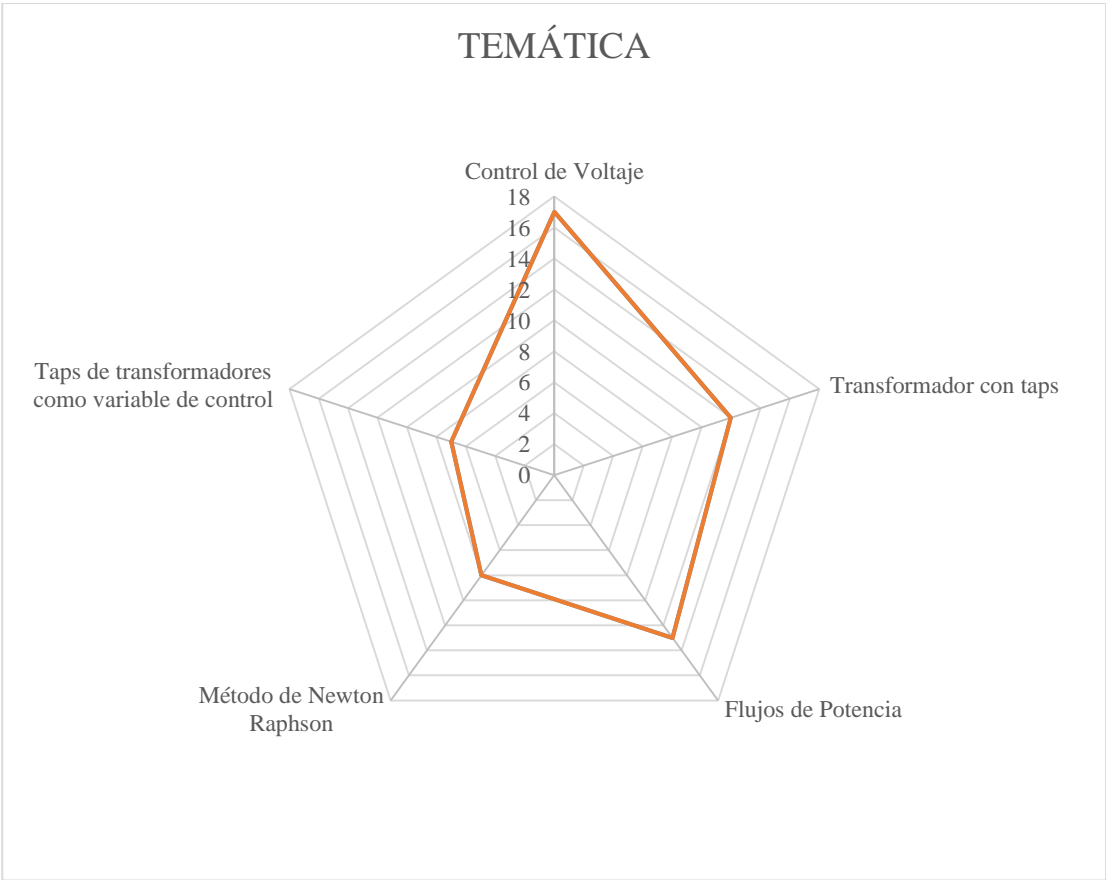
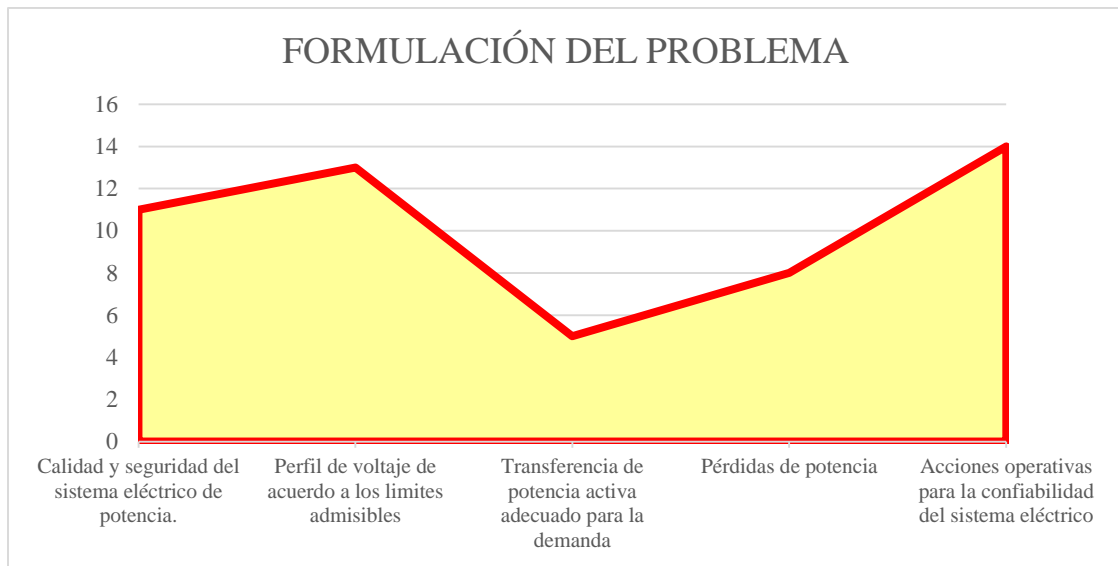
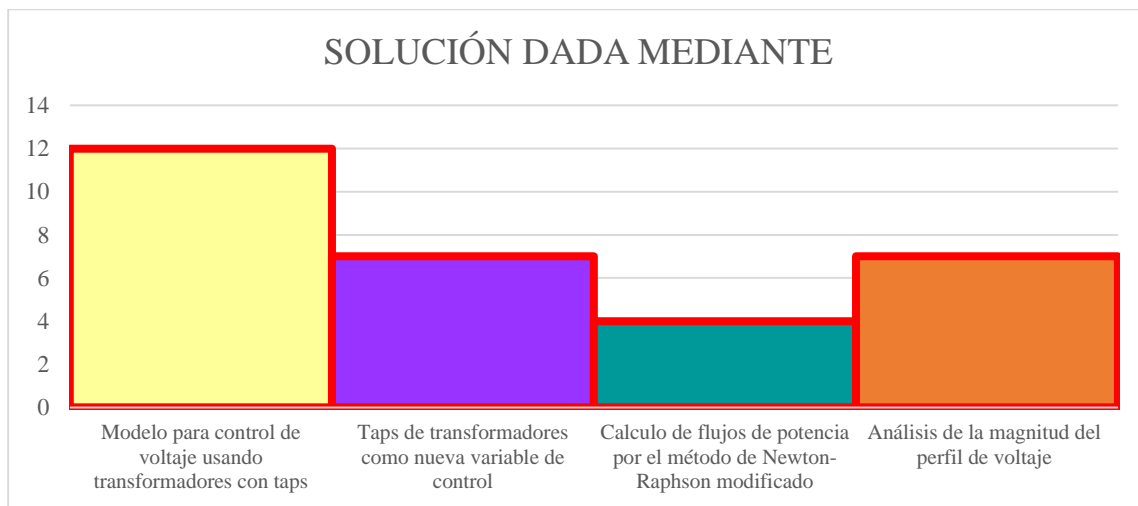


Figura 22. Resumen e indicador de la temática - Estado del arte





**Figura 23.** Indicador de formulación del problema - Estado del arte



**Figura 24.** Indicador de solución - Estado del arte

## 8 Anexos

Tabla 8. Datos del Sistema IEEE de 14 barras

Datos del Sistema de Potencia								
Tipo de Barras:								
1- Barra Slack								
2 - Barra de Voltaje (P-V)								
3 - Barra de Carga (P-Q)								
4 - Barra de para control de voltaje (P-Q-V)								
Barra N°	Voltaje [p.u.]	Ángulo [rad]	Pg [p.u.]	Qg [p.u.]	Pc [p.u.]	Qc [p.u.]	Tipo	Ycomp [p.u.]
1	1.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1	0
2	1.045	0.00	0.00	0.00	21.70	12.70	2	0
3	1.01	0.00	40	0.00	94.20	19.10	2	0
4	1.07	0.00	0.00	0.00	47.80	-3.90	2	0
5	1.09	0.00	0.00	0.00	7.60	1.60	2	0
6	1	0.00	0.00	0.00	11.20	7.50	4	0
7	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4	0
8	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2	0
9	1	0.00	0.00	0.00	29.5	16.60	4	0
10	1	0.00	0.00	0.00	9.00	5.80	2	0
11	1	0.00	0.00	0.00	3.50	1.80	3	0
12	1	0.00	0.00	0.00	6.10	1.60	3	0
13	1	0.00	0.00	0.00	13.80	5.80	3	0
14	1	0.00	0.00	0.00	14.90	5.00	3	0

Tabla 9. Datos de líneas del sistema IEEE de 14 barras

Datos de Líneas del Sistema				
Barra i	Barra j	R [p.u.]	X [p.u.]	Y [p.u.]
1	2	0.01938	0.05917	0.0528
1	5	0.05403	0.22304	0.0492
2	3	0.04699	0.19797	0.0438
2	4	0.05811	0.17632	0.0374
2	5	0.05695	0.17388	0.0340
3	4	0.06701	0.17103	0.0346
4	5	0.01335	0.04211	0.0128
6	11	0.09498	0.19890	0.0000
6	12	0.12291	0.25581	0.0000

Datos de Líneas del Sistema				
Barra i	Barra j	R [p.u.]	X [p.u.]	Y [p.u.]
6	13	0.06615	0.13027	0.0000
9	10	0.03181	0.08450	0.0000
9	14	0.12711	0.27038	0.0000
10	11	0.08205	0.19207	0.0000
12	13	0.22092	0.19988	0.0000
13	14	0.17093	0.34802	0.0000